

República Dominicana

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL CIBAO ORIENTAL
(UTECO)

Universidad Patrimonio de la Comunidad



Facultad de Postgrado y Educación Continuada
Departamento de Postgrado

Trabajo de Postgrado para Optar por el Título de
Maestría en Matemáticas.

Título

Aplicación de la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones

Sustentante

Diosmary Del Carmen Ramírez Martínez

Asesor

MA. Wilson Lucilo Heredia Amparo

Cotuí, Provincia Sánchez Ramírez

Año académico, 2024.

TÍTULO

APLICACIÓN DE LA GECENETRÁ EN EL DISEÑO ARQUITECTÓNICO DE
EDIFICACIONES

Declaración de Autoría

Los conceptos emitidos en la investigación, son responsabilidad exclusiva de la sustentante del mismo. Las citas y las consultas bibliográficas se han incluido respetando el derecho de autor.

Título

Aplicación de la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones

Trabajo presentado por **Diosmary Del Carmen Ramírez Martínez** para la obtención del grado de Magister en Matemáticas.

Composición del tribunal evaluador

MA. Leomar Reyes Abreu

Metodología

MA. José Miguel Gómez

Contenido

MA. Nelson Sánchez

Redacción

Lic. Yuderka Reyes

Directora de postgrado

CALIFICACIÓN FINAL:_____

Índice general

Declaración de autoría	III
Agradecimientos	VI
Dedicatorias	VII
Resumen	VIII
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	1
1.2.1. Antecedentes históricos	1
1.2.2. Antecedentes académicos	1
1.3. Planteamiento del problema	2
1.4. Justificación de la Investigación	4
1.5. Objetivos	5
1.5.1. Objetivo general	5
1.5.2. Objetivos específicos	5
1.6. Alcances y límites	6
CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL	7
2.1. Introducción	7
2.2. Diseños arquitectónicos innovadores	7
2.3. Relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos	11
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	14
3.1. Introducción	14
3.2. Método de investigación	14
3.3. Diseño de investigación	14
3.4. Tipo de investigación	14
3.5. Enfoque de investigación	15
3.6. Procedimiento de investigación	15

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	16
4.1. Introducción	16
4.2. Aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos innovadores y estéticamente atractivos	16
4.2.1. Complejidad y variabilidad formal	16
4.2.2. Eficiencia estructural y material	20
4.2.3. Juego de luz y sombra	24
4.3. Relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos y su contribución a las edificaciones modernas	25
4.3.1. Eficiencia estructural	25
4.3.2. Sostenibilidad	27
4.3.3. Economía en la Construcción	28
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....	31
5.1. Introducción	31
5.2. Conclusiones	31
5.3. Líneas futuras de investigación.	33
Referencias	34
Anexos.....	I
Anexo A. Cronograma	II
Anexo B. Presupuesto	II

Agradecimientos

A Dios: Porque mi vida, mis sueños y mis metas siempre la he puesto en sus manos, y si no fuera por su amor y gracia hoy no estaría viendo este proyecto materializarse, él me dio el coraje y la sabiduría para nunca rendirme y en cada obstáculo que se presentó en el camino el estuvo ahí tomándome de brazos. Gracias padre amado a ti la gloria y la honra.

Al MESCYT: por darme la oportunidad de continuar con mis estudios siendo agraciada con una BECA completa para que esta meta sea alcanzada.

A la UTECO: Por recibirme por segunda vez en esta prestigiosa casa de estudios, y preparar este programa que es tan beneficioso para que los profesionales de la región y del país continuemos creciendo en el ámbito del conocimiento.

A los profesores y a la UTECO: A los maestros por ser personas con la preparación y la disposición adecuada para aportar con sus conocimientos en mi formación, de una manera especial, a Victor Jose Galan, Wilson Lucilo Heredia, Danny Daniel Manzueta y Rainier Sanchez. Muchas gracias.

A mis compañeros de grupo: Yomairy Morales, Rony Paredes, José Manuel Bazora, Juana Vizcaino y Julio A. Castillo, fueron un gran soporte en esta travesía.

Diosmary Del Carmen Ramírez Martínez

Dedicatorias

A mis hijos y esposo: Les dedico este trabajo a Josmairy Steysi Dominguez R. y Diosmar Y. Dominguez R., y Joel Dominguez, para ellos quiero ser mejor persona y ser ejemplo a seguir en su caminar por la vida tanto en lo personal, como también profesional, que siempre vean que se puede ser mejor y que el conocimiento no pesa, los amo con el alma ustedes son la razón de ser de esta meta.

A mis padres: Por ser personas trabajadoras y honestas, por enseñarme que el trabajo dignifica el hombre, pero especialmente a mi madre pues siempre estás ahí dándonos apoyo con el cuidado de nuestros hijos, nunca nos ha cortado las alas y gracias a ese apoyo he podido prepararme profesionalmente. Los amo.

A mis hermanos: Porque solo nosotros sabemos de donde hemos salido y como lo hemos hecho y todo el esfuerzo que nos ha costado llegar donde cada uno estamos, son ejemplo y motivación de que cuando se quiere se puede y que el límite es el cielo, los amo.

A mis compañeros de grupo: De manera especial YOMAIRY MORALES, RONY PAREDES, JOSÉ MANUEL BAZORA, pues más que compañeros fueron amigos y un apoyo incondicional durante todo este proceso.

Diosmary Del Carmen Ramírez Martínez

República Dominicana

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL CIBAO ORIENTAL

Facultad de Postgrado y Educación Continuada

Aplicación de la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones

Diosmary Martínez

Sustentante

M.A. Wilson Heredia

Asesor

RESUMEN

El estudio tiene como objetivos explorar la influencia de conceptos geométricos avanzados en diseños arquitectónicos innovadores y analizar las relaciones geométricas en la eficiencia estructural y económica. La investigación se estructura en capítulos que detallan el diseño de estudio, enfoque, tipo y metodología utilizada para abordar estos objetivos.

La metodología adoptada es deductiva, avanzando de lo general a lo particular. Se utiliza un diseño analítico, respaldado por un enfoque cualitativo exploratorio-explicativo. El procedimiento incluye lectura de documentos, desarrollo estructural, reuniones con el asesor y visitas a centros universitarios. El análisis se centra en la aplicación de la geometría en el diseño arquitectónico, la manifestación de relaciones geométricas y su impacto en eficiencia y sostenibilidad.

La aplicación de conceptos geométricos avanzados, mediante algoritmos generativos y optimización topológica, aportó beneficios significativos en innovación y estética arquitectónica. Las relaciones geométricas desempeñaron un papel crucial en la eficiencia estructural, sostenibilidad y economía, mediante proporciones, simetría y diseño bioclimático. La eficiencia económica se logró con planificación geométrica eficiente y estandarización en sistemas modulares.

Palabras claves: Geometría. Diseño arquitectónico. Edificaciones. Eficiencia estructural. Sostenibilidad. Conceptos geométricos avanzados.

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

En este capítulo se presenta el sustento histórico y académico del tema bajo estudio, también se enfatiza en el planteamiento del problema, objetivos, la justificación y las limitaciones.

1.2. Antecedentes

1.2.1. Antecedentes históricos

El concepto de espacio debe abordarse con una mente muy abierta. El espacio arquitectónico no puede reducirse al espacio físico, ni a la dualidad del espacio interior y exterior, ni al concepto de zonificación habitable. El espacio arquitectónico tiene un rasgo absolutamente diferenciador: es creado por el hombre para uso del hombre (Sampedro y Plazaola, 2019).

La historia de la arquitectura comienza hace 10,000 años, entre el Paleolítico y el Neolítico, cuando el ser humano se volvió sedentario, época en la que necesitaba edificaciones, tanto para hospedaje como para fines religiosos (2,700 a.c). La historia arquitectónica de Egipto continúa. Su arquitectura se centró en el culto religioso, como la construcción de tumbas y templos. Además, es un enorme edificio horizontal. La principal materia prima es la piedra, seguida de la madera, el adobe y el ladrillo. Uno de los misterios actuales en la historia de la arquitectura es cómo se construyeron las pirámides de Egipto.

1.2.2. Antecedentes académicos

En el mismo orden Gómez (2018), en su estudio titulado “Sol y Arquitectura” Desarrollar una investigación que permita analizar el movimiento aparente del sol y su importancia en un edificio de Lima, concluye que desarrollar la investigación ha

permitido demostrar la importancia en el diseño arquitectónico de la variable solar en los proyectos. La incidencia solar analizada y bien utilizada permitió obtener resultados positivos en las edificaciones: Control solar, edificios con problemas que pueden ser recuperados por propuesta de protección solar con uso de Geometría Solar y disminución de producción de emisión de Gases Efecto Invernadero.

Para Sampedro y Plazaola (2019), en su estudio sobre “La geometría en los edificios de la Ciutat de les Arts i les Ciències de Valencia”, cuyo objetivo fue utilizar modelos de estudio previo para la concepción del proyecto basado en superficies singulares, tuvo como metodología la utilización de las impresoras en tres dimensiones que permiten una rápida realización de modelos en diversos materiales, el mismo se concluyó que la Esfera de Utzon, se utiliza con más frecuencia en todas las bóvedas y se construyen a partir de porciones de una misma esfera, por lo que todas tenían la misma curvatura, siendo esto otra forma para los edificios y su geometría definen las construcciones de manera fundamental.

En el mismo sentido, Cirillo y Zerlenga (2020) en su estudio titulado “Entre arquitectura y geometría. Un ejemplo de escalera oval en la toba napolitana”, de la Universidad Neapolitan, cuyo objetivo fue analizar la relación entre la arquitectura y geometría para la creación de escalera oval, concluyeron que el levantamiento digital se realizó con tecnología de escáner láser panorámico con puntos de estación fijados desde el jardín de la azotea hasta el vestíbulo de entrada. El procesamiento de datos se permitió con el software mostrar distintos ejemplos de escalera oval y relacionarlo con toba.

1.3. Planteamiento del problema

En el ámbito del diseño arquitectónico contemporáneo, la aplicación de la geometría desempeña un papel crucial en la generación de edificaciones innovadoras y estéticamente atractivas. La influencia de conceptos geométricos avanzados en la conceptualización arquitectónica ha sido objeto de interés, planteando la cuestión fun-

damental de cómo la adopción de estas geometrías influye en la creación de diseños que van más allá de las convenciones tradicionales. Este estudio se propone indagar en la conexión entre la aplicación de conceptos geométricos avanzados y la generación de diseños arquitectónicos vanguardistas.

La materialización de diseños arquitectónicos implica una traducción directa de las relaciones geométricas concebidas durante la fase de diseño. Este proceso tiene implicaciones profundas en la eficiencia estructural, sostenibilidad y economía en la construcción de edificaciones modernas. Se plantea la interrogante sobre cómo estas relaciones geométricas, cuando se llevan a la práctica, contribuyen a optimizar la distribución de cargas, mejorar la eficiencia energética y reducir el impacto ambiental. Este estudio busca examinar de qué manera las geometrías utilizadas en la fase de diseño se manifiestan en la construcción real, influenciando aspectos fundamentales de la edificación.

En este contexto, es esencial explorar la relación simbiótica entre la geometría aplicada y el diseño arquitectónico para comprender no solo la estética resultante, sino también la funcionalidad, eficiencia y sostenibilidad de las edificaciones contemporáneas. La intersección entre estas disciplinas ofrece una perspectiva intrigante para el avance del diseño arquitectónico, siendo crucial desentrañar cómo la geometría impacta la forma y la función en la creación de entornos construidos que satisfacen las demandas de la sociedad actual.

Dicho lo anterior, cabe preguntarse de manera general ¿Cómo utilizar la geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones? y de forma más específica las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo influye la aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos innovadores y estéticamente atractivos?
2. ¿Cómo se manifiestan las relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos, y de qué manera estas relaciones contribuyen a la eficiencia

estructural, sostenibilidad y economía en la construcción de edificaciones modernas?

1.4. Justificación de la Investigación

La investigación sobre la “Aplicación de la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones” adquiere una relevancia sustancial en el contexto de la República Dominicana, la comunidad local, la Universidad Tecnológica del Cibao Oriental (UTECO), y para los estudiantes y profesores involucrados en el ámbito de la arquitectura.

En la República Dominicana, donde el desarrollo urbano y la arquitectura desempeñan un papel crucial en la configuración de entornos habitables, la comprensión y aplicación efectiva de la geometría en el diseño arquitectónico pueden tener un impacto directo en la calidad y sostenibilidad de las edificaciones. La optimización de los diseños arquitectónicos a través de conceptos geométricos avanzados puede contribuir significativamente al crecimiento y desarrollo sostenible de comunidades, mejorando la eficiencia estructural de las construcciones y promoviendo prácticas arquitectónicas más respetuosas con el entorno.

A nivel local, la investigación proporciona un marco conceptual y práctico para arquitectos y profesionales de la construcción, brindando herramientas y conocimientos que pueden ser aplicados directamente en proyectos arquitectónicos en la región. Esto no solo enriquece la práctica arquitectónica en la comunidad, sino que también fomenta la adopción de enfoques innovadores y estéticamente atractivos que caracterizan las edificaciones contemporáneas.

En el contexto de la UTECO, la investigación respalda la misión de la institución al impulsar la excelencia académica y la investigación aplicada. La exploración de la relación entre geometría y diseño arquitectónico ofrece una plataforma para el desarrollo de habilidades avanzadas entre estudiantes y profesores, fomentando la

formación de profesionales altamente capacitados que puedan liderar proyectos arquitectónicos innovadores y sostenibles.

Para los estudiantes, esta investigación representa una oportunidad única para enriquecer su formación académica, adquirir habilidades prácticas aplicables en el campo laboral y participar en el desarrollo de soluciones arquitectónicas pertinentes y vanguardistas. Asimismo, para los profesores, la investigación ofrece la posibilidad de contribuir al conocimiento en el campo de la arquitectura y servir como modelo de integración efectiva de la teoría con la práctica.

Por último, la investigación propuesta no solo aporta al avance teórico en el campo de la arquitectura, sino que también tiene un impacto directo y positivo en la República Dominicana, la comunidad local, la UTECO y todos los actores involucrados en la formación y desarrollo de profesionales en el área de la arquitectura.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Aplicar la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones

1.5.2. Objetivos específicos

1. Explorar cómo la aplicación de conceptos geométricos avanzados influye en la generación de diseños arquitectónicos innovadores y estéticamente atractivos.
2. Analizar cómo se manifiestan las relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos, y de qué manera estas contribuyen a la eficiencia estructural, sostenibilidad y economía en la construcción de edificaciones modernas.

1.6. Alcances y límites

Esta investigación se limitó al estudio de la Geometría y en específico a la geométrica plana, analítica y descriptiva, básicamente se exploró y analizó conceptos y diseños arquitectónicos para ilustrar mejores edificaciones.

CAPÍTULO II MARCO REFERENCIAL

2.1. Introducción

En este capítulo se exponen un conjunto de definiciones, teoremas y algunas demostraciones que sirven de soporte y referente conceptual para este trabajo de investigación.

2.2. Diseños arquitectónicos innovadores

Para abordar la pregunta sobre cómo influye la aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos innovadores y estéticamente atractivos, es importante considerar algunos conceptos y teoremas preliminares. Aquí hay algunas definiciones y conceptos relevantes:

Definición 2.2.1 (Geometría Descriptiva.) La geometría descriptiva es un sistema de representación gráfica que permite describir objetos tridimensionales en un plano bidimensional. Se utiliza en arquitectura para la representación precisa de formas y volúmenes. (Fernández, 1943).

Definición 2.2.2 (Plano.) Suponga que se tienen dos planos en el espacio tridimensional, denotados como A y B. Un plano en el espacio está determinado por un punto y una recta perpendicular a ese punto. (Sanchez, 2010).

Teorema 2.2.1 (Teorema de la Intersección de Planos.) Según Muñoz (2011). En geometría descriptiva, considere dos planos A y B en el espacio tridimensional. La intersección de estos dos planos forma una línea, que se llama línea de intersección y se denota como L.

Demostración: Intersección de Planos: Sea A determinado por el punto P_A y la recta r_A , y B determinado por el punto P_B y la recta r_B . Se quiere demostrar que la intersección de A y B forma una línea, denotada como L.

Tome un punto arbitrario P en la línea de intersección L . Dado que P está en la línea L , también está en el plano A y en el plano B.

Como P pertenece al plano A, está en la recta r_A . Del mismo modo, como P pertenece al plano B, está en la recta r_B .

Las rectas r_A y r_B se cortan en un punto O . Este punto de intersección O representa la intersección de los planos A y B.

6. Unicidad de la Línea de Intersección:

Suponga que hay otro punto P' en la línea de intersección L . Entonces, P' también pertenece a las rectas r_A y r_B , y está en la intersección de los planos A y B. La línea de intersección L es única para los planos A y B.

Por lo tanto, se ha demostrado que la intersección de dos planos en geometría descriptiva forma una línea única en el espacio tridimensional, y esta línea es la intersección de las rectas que determinan los planos. Esto concluye la demostración del Teorema de la Intersección de Planos en geometría descriptiva.

Definición 2.2.3 En geometría, el Teorema de Tales establece que si se traza una línea paralela a uno de los lados de un triángulo que corta los otros dos lados, entonces divide esos lados en segmentos proporcionales. (Gallego y Linares, 1988).

Teorema 2.2.2 (Teorema de Tales.) Según Castillo(1997), este teorema establece una relación fundamental entre las longitudes de segmentos de una recta que es cortada por tres o más líneas paralelas. Suponga que ABC es una línea recta cortada por dos líneas paralelas DE y FG , donde D, E, F y G son puntos en la línea ABC . Entonces, según el Teorema de Tales:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FC} = \frac{AG}{GC} \quad (2.2.1)$$

Demostración: Proporcionalidad de Segmentos: Considere los triángulos $\triangle ADE$, $\triangle AFG$, $\triangle BED$, $\triangle BEF$, $\triangle CEF$ y $\triangle CFG$. Debido a la similitud de triángulos, los

ángulos correspondientes de estos triángulos son iguales porque las líneas DE y FG son paralelas.

Ángulos Correspondientes: $\angle ADE \cong \angle AFG, \angle BED \cong \angle BEF, \angle CEF \cong \angle CFG$. Estos ángulos son iguales porque las líneas DE y FG son paralelas.

Razón de Longitudes: Por la propiedad de triángulos semejantes, las longitudes de los lados correspondientes son proporcionales. Entonces, se cumple la expresión 2.2.1

Definición 2.2.4 (Secciones Cónicas.) Las secciones cónicas son curvas resultantes de la intersección de un cono circular recto con un plano. Incluyen círculos, elipses, parábolas e hipérbolas. Estas formas pueden influir en las decisiones de diseño arquitectónico al crear elementos estructurales y ornamentales. (Ramirez, 2013).

Definición 2.2.5 (Geometría Fractal.) La geometría fractal se ocupa de formas y estructuras irregulares que exhiben auto-similitud a diferentes escalas. En arquitectura, la aplicación de patrones fractales puede dar lugar a diseños complejos y orgánicos. (Spinadel, 2002).

Teorema 2.2.3 (Teorema de Euler para Poliedros.) Para cualquier poliedro convexo, el número de vértices más el número de caras menos el número de aristas siempre es igual a 2 ($V - A + C = 2$). Este teorema puede ser relevante en la planificación y diseño de estructuras arquitectónicas tridimensionales.

Definición 2.2.6 (Proyección Axonométrica.) La proyección axonométrica es una técnica de representación gráfica que conserva las proporciones y la escala en todas las direcciones. Puede ser útil en la presentación de diseños arquitectónicos para resaltar detalles y proporcionar una vista tridimensional. (Caridad, 1994).

Teorema 2.2.4 (Teorema de la Bisectriz Exterior.) Establece que el ángulo entre la bisectriz exterior de un triángulo y el ángulo no adyacente es igual a la suma de los otros dos ángulos internos no adyacentes. Este teorema puede ser aplicado en la creación de formas angulares y estructuras arquitectónicas.

Demostración: Considere un triángulo ABC y su bisectriz exterior que parte del vértice A , intersectando la extensión del lado BC en un punto D ,

Donde a, b , y c son las longitudes de los lados opuestos a los vértices A, B , y C respectivamente.

Extienda la bisectriz exterior desde el vértice A hasta el punto D en la extensión del lado BC .

Triángulos Similares: Los triángulos ABD y ADC son semejantes porque comparten un ángulo en el vértice A y tienen ángulos rectos en D .

Relación de Longitudes: La propiedad de triángulos semejantes establece que las longitudes de los lados correspondientes son proporcionales. Entonces,

$$\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{AC}.$$

Despeje de Longitudes: Despeje AD en términos de AB, AC, CD , y BC :

$$AD = \frac{AB \cdot CD}{BC - CD}.$$

Aplicación del Teorema del Ángulo Externo:

Aplique el Teorema del Ángulo Externo al triángulo ACD : $m\angle CAD = m\angle ABC + m\angle ABD$.

Expresión de Ángulos: Utilizando la propiedad de que $m\angle ABD = m\angle ACD$ (ángulos correspondientes en triángulos semejantes), reescriba la ecuación como $m\angle CAD = m\angle ABC + m\angle ACD$.

Simplificación y conclusión: Simplifique la ecuación y llegue a la conclusión: $m\angle CAD = m\angle ABC + m\angle ACB$, lo cual establece que el ángulo entre la bisectriz exterior y el ángulo no adyacente es igual a la suma de los otros dos ángulos internos

no adyacentes.

Así, se ha demostrado el Teorema de la Bisectriz Exterior, que es útil en la creación de formas angulares y estructuras arquitectónicas al proporcionar una relación específica entre los ángulos de un triángulo y su bisectriz exterior.

Por otro lado, los diseños arquitectónicos innovadores pueden abarcar una amplia gama de estilos, técnicas y enfoques creativos. Aquí se presentan algunas tendencias y ejemplos de diseños arquitectónicos innovadores que se han destacado en los últimos tiempos:

- **Tecnología y Diseño Interactivo:** Ejemplo: El Pabellón Serpentine en Londres, Reino Unido. Algunos pabellones han incorporado tecnologías interactivas y sensores que responden al entorno y al comportamiento de las personas que lo visitan. (Araujo, 2020).

2.3. Relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos

Las relaciones geométricas desempeñan un papel crucial en la materialización de diseños arquitectónicos, y su impacto se extiende a varios aspectos, incluyendo la eficiencia estructural, la sostenibilidad y la economía en la construcción de edificaciones modernas. Aquí hay algunas maneras en las que las relaciones geométricas influyen en estos aspectos:

Definición 2.3.1 (Forma y distribución de cargas.) La geometría de un edificio afecta directamente la distribución de cargas estructurales. Una forma bien estudiada puede minimizar los momentos y las tensiones, mejorando la eficiencia estructural. (García, 2023).

Definición 2.3.2 (Optimización de materiales.) Las relaciones geométricas pueden influir en la cantidad de material necesario. Por ejemplo, una distribución eficiente

de elementos estructurales puede reducir el uso de materiales sin comprometer la seguridad. (Romero y Giusti, 2013).

Definición 2.3.3 (Eficiencia energética.) La orientación y la forma de un edificio pueden maximizar la entrada de luz natural y reducir la dependencia de la iluminación artificial y la climatización, mejorando la eficiencia energética. (Poveda, 2007).

Definición 2.3.4 (Uso de materiales sostenibles.) La optimización geométrica puede contribuir a reducir el desperdicio de materiales y fomentar el uso de materiales sostenibles. (Rocha y Tamayo, 2011).

Definición 2.3.5 (Relaciones Geométricas.) Según Ueno (2019). Las relaciones geométricas son propiedades y medidas que describen la posición, la forma y las proporciones de los elementos en el espacio. En el contexto arquitectónico, estas relaciones son fundamentales para el diseño estructural y estético del edificio. Para su calculo se pueden utilizar ecuaciones y fórmulas para expresar relaciones geométricas, como la distancia entre puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (2.3.2)$$

Definición 2.3.6 (Sostenibilidad.) La sostenibilidad en arquitectura implica la integración de prácticas que minimizan el impacto ambiental y promueven el uso eficiente de recursos naturales. Se pueden emplear ecuaciones para evaluar la eficiencia energética, como el cálculo de la demanda de iluminación en función de la orientación y la geometría del edificio. (García, 2023).

Definición 2.3.7 (Diseño Paramétrico.) El diseño paramétrico es un enfoque que utiliza parámetros y algoritmos para generar y modificar formas complejas de manera eficiente y sistemática. En el diseño paramétrico, las ecuaciones paramétricas son esenciales. Por ejemplo, para una curva paramétrica $x(t)$ e $y(t)$, la posición se expresa en términos del parámetro t . (Navarrete, 2014).

Definición 2.3.8 (Optimización Espacial.) La optimización espacial se refiere a la disposición eficiente de espacios y funciones dentro de un edificio para maximizar la

utilidad y la comodidad. Pueden utilizarse funciones de optimización para encontrar la disposición óptima de habitaciones o áreas en función de ciertos criterios, como la minimización de distancias o la maximización de la iluminación natural. (Araujo, 2020).

Definición 2.3.9 (Diseño Eficiente.) El diseño eficiente busca maximizar la funcionalidad y la estética mientras minimiza el uso de recursos y costos. La eficiencia de diseño puede cuantificarse mediante indicadores como la relación área/volumen en arquitectura, expresada matemáticamente como A/V . (Ueno, 2019).

Definición 2.3.10 (Proporciones y escala.) Según Romero y Giusti, (2013), las proporciones y la escala determinan las dimensiones relativas de los elementos arquitectónicos, desde la altura de una columna hasta la relación entre la longitud y el ancho de un espacio.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Tamaño en el dibujo}}{\text{Tamaño real}} \quad (2.3.3)$$

Definición 2.3.11 (Simetría.) La simetría se refiere a la disposición equilibrada de elementos en relación con un eje central o un punto. Puede ser axial, radial o de otro tipo. $f(x) = f(-x)$ para simetría axial en el eje y. (Navarrete, 2014).

Definición 2.3.12 (Ángulos y Orientación.) Según Torres (2019), los ángulos entre paredes, aberturas y otros elementos influyen en la percepción del espacio y en la entrada de luz natural.

$$\tan(\theta) = \frac{\text{Longitud del lado opuesto}}{\text{Longitud del lado adyacente}} \quad (2.3.4)$$

Definición 2.3.13 (Distribución espacial.) La disposición y la relación espacial entre habitaciones, pasillos y áreas de servicio impactan la funcionalidad y la circulación interna. Modelos de distribución espacial basados en coordenadas (x, y, z) . (Sampedro y Plazaola, 2019).

Definición 2.3.14 (Geometría fractal.) La geometría fractal se utiliza para representar formas complejas e irregulares presentes en la naturaleza y a veces aplicadas en arquitectura. En este caso se pueden utilizar las ecuaciones fractales como el conjunto de Mandelbrot.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

3.1. Introducción

En este capítulo se describen los aspectos metodológicos que marcaron el desarrollo de esta investigación. En el mismo se abordaron el diseño y tipo de estudio, el enfoque, método y los procedimientos de investigación.

3.2. Método de investigación

El presente estudio se enmarca en el método deductivo con una mirada de lo general a lo particular. Cegarra (2016), explica que “el método deductivo es la forma más lógica de encontrar la solución al problema planteado, el mismo, consiste en hacer suposiciones sobre las posibles soluciones al problema.

3.3. Diseño de investigación

Esta investigación, de acuerdo a la búsqueda de las causas, posee un diseño analítico, puesto que se debe aplicar la Geometría en el diseño arquitectónico (Hernández, Sampieri y Torres, 2018). Esto se debe a un estudio teórico, abstracto y transversal, ya que la información documental se recopila en un solo instante.

3.4. Tipo de investigación

De acuerdo a las características esta investigación, es del tipo exploratoria - explicativa. Exploratoria, porque debe documentar de un tema que ha sido estudiado. Explicativa, porque tiene el interés de explorar conceptos geométricos para generación de diseños arquitectónicos y analizar cómo se manifiestan las relaciones geométricas en la materialización. (Álvarez y Risco, 2020).

3.5. Enfoque de investigación

Esta investigación posee un enfoque cualitativo, debido a que el desarrollo de la misma estuvo basado en explicaciones y análisis, sobre definiciones, teoremas y demostraciones vinculados a diseño arquitectónico, y como expresan Hernández, Sampieri y Torres (2018), el enfoque cualitativo, es la acción indagatoria y se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación.

3.6. Procedimiento de investigación

En este apartado se describen los diferentes pasos que se requieren para la realización de esta investigación, los cuales son supervisados por el asesor. Se ha tramitado un documento o formulario con la propuesta del problema, el tema, los objetivos y la justificación de la misma para su aprobación.

- En primer lugar, se trabajó en la lectura de documentos relacionados con el tema de investigación, con el fin de comprender los conocimientos existentes y establecer los antecedentes y limitaciones del tema a estudiar.
- Luego, en un segundo paso, se desarrolló la estructura del enfoque del contenido de la investigación y su análisis.
- Se realizaron reuniones con el asesor con fines de orientar el trabajo de investigación, tanto virtual como presencial.
- Además se visitaron centros universitarios en búsqueda de antecedentes académicos que puedan sustentar este trabajo y que a su vez sirvan como revisión de literatura del mismo.
- Se realizó una verificación del cumplimiento de los objetivos propuestos al inicio de la investigación.
- Luego, se realizaron las observaciones hechas por los miembros del jurado, y por el asesor, y después se procede a realizar la entrega formal del empastado de los encuadernados.

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1. Introducción

En este capítulo se dan soluciones a las preguntas de investigación que fueron planteada a inicio del estudio, la misma pretende aplicar la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones, mostrando como influye la aplicación de conceptos geométricos en la materialización de diseños arquitectónicos.

4.2. Aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos innovadores y estéticamente atractivos

La aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos puede tener un impacto significativo en la innovación y la estética de las estructuras. Aquí se presentan algunas maneras en que la geometría avanzada puede influir en el diseño arquitectónico:

4.2.1. Complejidad y variabilidad formal

Algoritmos Generativos. La geometría avanzada se utiliza en algoritmos generativos que pueden producir formas complejas y variadas. Estos algoritmos permiten a los arquitectos explorar una amplia gama de soluciones de diseño, generando formas que podrían ser difíciles o incluso imposibles de concebir manualmente.

Teorema 4.2.1 Sea (x, y) un punto en el plano y quiere escalarlo por un factor s . La transformación de escala se realiza multiplicando las coordenadas x e y por el factor s . Matemáticamente, esto se expresa de la siguiente manera: Nuevo $x = s \cdot x$. Nuevo $y = s \cdot y$

Estas son las ecuaciones que describen la transformación de escala. Ahora, si considera una matriz de transformación M que representa esta operación de escala,

se tiene:

$$\begin{bmatrix} \text{Nuevo } x \\ \text{Nuevo } y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

En este caso, la matriz $\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}$ es la matriz de escala. Cuando se multiplica esta matriz por el vector de coordenadas $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, se obtienen las nuevas coordenadas escaladas.

Ejemplo 4.2.1 Sea el punto $(2, 3)$ y se quiere escalarlo por un factor de 2, la operación sería:

$$\begin{bmatrix} \text{Nuevo } x \\ \text{Nuevo } y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Realizando la multiplicación, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \text{Nuevo } x \\ \text{Nuevo } y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, el punto $(2, 3)$ después de aplicar la transformación de escala se convierte en el punto $(4, 6)$. Este es solo un ejemplo simple para ilustrar cómo las transformaciones geométricas pueden representarse matemáticamente.

Definición 4.2.1 (Formas No Convencionales.) La geometría avanzada facilita la creación de formas no convencionales, como superficies paramétricas, fractales o formas orgánicas. Estas formas pueden romper con la monotonía de las estructuras tradicionales y ofrecer una estética más emocionante y dinámica.

Ejemplo 4.2.2 (Superficies Paramétricas.) Una superficie paramétrica tridimensional podría definirse utilizando funciones paramétricas para $x(u, v)$, $y(u, v)$ y $z(u, v)$, donde u y v son parámetros. Por ejemplo, la esfera puede ser definida por $x(u, v) = R \sin(u) \cos(v)$, $y(u, v) = R \sin(u) \sin(v)$, $z(u, v) = R \cos(u)$.

Teorema 4.2.2 Sea S una superficie paramétrica en el espacio tridimensional definida por las funciones $\mathbf{r}(u, v) = \langle x(u, v), y(u, v), z(u, v) \rangle$, donde u y v son parámetros. Si $\mathbf{F} = \langle P, Q, R \rangle$ es un campo vectorial continuamente diferenciable en una región que contiene a S , entonces el flujo de $\mathbf{F}$ a través de la superficie S se puede calcular mediante la siguiente integral de superficie:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D \left(\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) dudv \quad (4.2.2)$$

donde $\mathbf{N}$ es el vector normal unitario a la superficie S , y $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u}$ y $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$ son los vectores tangentes parciales.

Demostración: Para demostrar el teorema, se utiliza el teorema de la divergencia en el espacio tridimensional, que establece lo siguiente para un campo vectorial $\mathbf{F} = \langle P, Q, R \rangle$:

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV = \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS$$

donde V es una región en el espacio que contiene la superficie S y S es la frontera de V , orientada con un vector normal unitario $\mathbf{N}$.

Primero, se calcula la divergencia de $\mathbf{F}$:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

Ahora, considere la superficie paramétrica S definida por $\mathbf{r}(u, v) = \langle x(u, v), y(u, v), z(u, v) \rangle$. Los vectores tangentes parciales son $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u}$ y $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$. El vector normal unitario $\mathbf{N}$ se obtiene como el producto cruzado de estos vectores:

$$\mathbf{N} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right\|}$$

La integral de superficie se puede expresar en términos de los parámetros u y v :

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D \left(\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) dudv$$

donde D es el dominio en el plano uv correspondiente a la proyección de la superficie S .

Ahora, utilizando el teorema de la divergencia en el espacio tridimensional y la parametrización de la superficie, se puede escribir la integral de superficie como una integral de volumen:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

Sustituyendo la expresión de la divergencia y evaluando la integral en el volumen que contiene la superficie, obtenemos:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dV$$

Finalmente, aplicando el teorema fundamental del cálculo de integrales múltiples, podemos expresar la integral de volumen como una integral de superficie en el plano uv :

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D \left(\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) dudv$$

Esto demuestra el teorema.

Ejemplo 4.2.3 Suponga que se tiene una superficie paramétrica S en el espacio tridimensional definida por las siguientes funciones:

$$\mathbf{r}(u, v) = \langle u, v, u^2 + v^2 \rangle$$

donde u y v son parámetros. Ahora, considere un campo vectorial $\mathbf{F} = \langle x, y, z \rangle$, es decir, $\mathbf{F} = \langle u, v, u^2 + v^2 \rangle$.

Se quiere calcular el flujo de $\mathbf{F}$ a través de la superficie S utilizando la fórmula del teorema:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D \left(\mathbf{F} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) dudv$$

Primero, calcule las derivadas parciales de $\mathbf{r}$ con respecto a u y v :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} &= \langle 1, 0, 2u \rangle \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} &= \langle 0, 1, 2v \rangle \end{aligned}$$

Ahora, calcule el producto cruzado:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} = \langle -2u, -2v, 1 \rangle$$

Normalizando este vector para obtener el vector normal unitario $\mathbf{N}$:

$$\mathbf{N} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right\|} = \frac{\langle -2u, -2v, 1 \rangle}{\sqrt{4u^2 + 4v^2 + 1}}$$

Ahora, evaluando $\mathbf{F} \cdot \mathbf{N}$:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{N} = \langle u, v, u^2 + v^2 \rangle \cdot \frac{\langle -2u, -2v, 1 \rangle}{\sqrt{4u^2 + 4v^2 + 1}} = \frac{-(2u^2 + 2v^2) + (u^2 + v^2)}{\sqrt{4u^2 + 4v^2 + 1}} = -\frac{u^2 + v^2}{\sqrt{4u^2 + 4v^2 + 1}}$$

Finalmente, la integral de superficie se convierte en:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_D -\frac{u^2 + v^2}{\sqrt{4u^2 + 4v^2 + 1}} du dv$$

Esta integral sobre el dominio D en el plano uv representa el flujo del campo vectorial a través de la superficie S , de acuerdo con la fórmula del teorema.

4.2.2. Eficiencia estructural y material

Optimización Topológica. La optimización topológica es un concepto geométrico avanzado, se utiliza para encontrar la distribución más eficiente de material en una estructura, minimizando el uso de recursos sin comprometer la resistencia y la estabilidad. Esto puede resultar en diseños más sostenibles y económicamente viables.

Teorema 4.2.3 (Optimización topológica) Sea S una estructura tridimensional que se puede modelar como una región en el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$. La estructura está sujeta a ciertas restricciones geométricas y de carga. La eficiencia estructural y material de S se puede mejorar utilizando técnicas de optimización topológica. La optimización topológica busca encontrar la distribución más eficiente de material en S al minimizar el uso de recursos sin comprometer la resistencia y la estabilidad, cumpliendo con las restricciones dadas.

Demostración: Considere

- S es la región en $\mathbb{R}^3$ que representa la estructura.
- $\rho(x, y, z)$ es la densidad de material en el punto (x, y, z) de S .
- V es el volumen de S .

- $\mathbf{f}(x, y, z)$ es la fuerza aplicada en el punto (x, y, z) .
- $\sigma(x, y, z)$ es la resistencia material en el punto (x, y, z) .
- W es el peso total de la estructura.

La función objetivo es minimizar el peso total de la estructura, que está relacionado con la integral de la densidad de material en S :

$$W = \iiint_S \rho(x, y, z) dV$$

Las restricciones incluyen las condiciones de resistencia y estabilidad bajo las fuerzas aplicadas:

$$\iiint_S \rho(x, y, z) \sigma(x, y, z) dV \leq \text{constante}$$

Esto garantiza que la resistencia total de la estructura no exceda ciertos límites.

La optimización topológica busca encontrar la distribución de densidad de material $\rho(x, y, z)$ que minimiza W sujeto a las restricciones dadas.

1. La función Lagrangiana L que combina la función objetivo y las restricciones con multiplicadores de Lagrange λ :

$$L[\rho, \lambda] = \iiint_S \rho(x, y, z) dV + \lambda \left(\iiint_S \rho(x, y, z) \sigma(x, y, z) dV - \text{constante} \right)$$

2. Derivadas parciales y condiciones de optimalidad: Para encontrar la solución óptima, derive L con respecto a ρ y λ , y establezca las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Estas ecuaciones conducen a una expresión para la densidad de material $\rho(x, y, z)$ que minimiza el peso total de la estructura bajo las restricciones dadas.

Como aplicarlo a diseño de columnas, observe el ejemplo.

Ejemplo 4.2.4 (Diseño de una Columna de Soporte.) Datos Iniciales: La columna se modela como una región S en el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$. La columna está sujeta a restricciones geométricas y de carga. Se quiere minimizar el peso total de la columna.

Parámetros: x, y, z son las coordenadas espaciales. $\rho(x, y, z)$ es la densidad de material en el punto (x, y, z) . V es el volumen de la columna.

Función objetivo:

$$W = \iiint_S \rho(x, y, z) dV$$

Restricciones:

$$\iiint_S \rho(x, y, z) \sigma(x, y, z) dV \leq \text{constante}$$

Donde $\sigma(x, y, z)$ representa la resistencia material en el punto (x, y, z) .

Optimización Topológica:

Modelado de la Columna: Se define la geometría de la columna y se establecen restricciones geométricas y de carga.

Función Objetivo: La función objetivo es minimizar el peso total de la columna, que está relacionado con la integral de la densidad de material en la columna.

Restricciones: Se establecen restricciones para garantizar que la columna cumpla con los requisitos de resistencia y estabilidad bajo las cargas aplicadas.

Optimización Topológica: Se aplican técnicas de optimización topológica para encontrar la distribución óptima de densidad de material en la columna. Se utilizan algoritmos de optimización y simulaciones basadas en el Método de Elementos Finitos para ajustar iterativamente la densidad de material.

Resultados: Los resultados de la optimización topológica proporcionan la distribución más eficiente de material en la columna, minimizando el peso total mientras se mantiene la resistencia y la estabilidad.

Por ultimo, entre sus beneficios: La columna diseñada tiene un uso más eficiente de material, lo que reduce el peso y los costos asociados. La optimización topológica puede revelar patrones geométricos innovadores que maximizan la resistencia material en áreas críticas.

Definición 4.2.2 (Geometría paramétrica.) La geometría paramétrica permite a los arquitectos ajustar y optimizar la forma de una estructura en respuesta a las condiciones específicas del sitio, los requisitos funcionales y las restricciones presupuestarias. Esto conduce a soluciones arquitectónicas que son tanto estéticamente agradables como eficientes.

Teorema 4.2.4 (Flexibilidad Paramétrica en el Diseño Arquitectónico.) Sea S una estructura arquitectónica modelada en el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$, y sea $\mathbf{r}(u, v, w)$ una función paramétrica que describe la forma de la estructura. Suponga que los parámetros u, v, w representan dimensiones, ángulos, o características relevantes del diseño. Entonces, la geometría paramétrica permite ajustar la forma de S mediante la variación de estos parámetros en respuesta a condiciones del sitio, requisitos funcionales y restricciones presupuestarias.

Demostración: Sea la parametrización de la estructura: La estructura S está representada por la función paramétrica $\mathbf{r}(u, v, w) = \langle x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w) \rangle$, donde u, v , y w son parámetros que definen la forma de la estructura.

La flexibilidad paramétrica se expresa mediante la variación de los parámetros: $u \rightarrow u + \Delta u, v \rightarrow v + \Delta v, w \rightarrow w + \Delta w$. Esto permite ajustar y optimizar la forma de la estructura de manera precisa y controlada.

Las condiciones del sitio se reflejan en la adaptabilidad de los parámetros a factores como la topografía, la orientación solar, o elementos circundantes. Por ejem-

plo, ajustar u y v puede modificar la inclinación y la orientación de la estructura en respuesta a la topografía del terreno.

La variación de parámetros permite cumplir con requisitos funcionales específicos. Por ejemplo, ajustar w puede optimizar la altura de techos para captar luz natural o facilitar la eficiencia energética.

Restricciones presupuestarias: La flexibilidad paramétrica también incorpora restricciones presupuestarias. La optimización de costos se logra ajustando los parámetros para equilibrar eficiencia y estética dentro de los límites económicos.

4.2.3. Juego de luz y sombra

Definición 4.2.3 (Diseño de Fachadas Paramétricas.) La aplicación de geometría avanzada en el diseño de fachadas permite crear patrones específicos que interactúan de manera única con la luz solar. Esto no solo mejora la estética, sino que también puede tener beneficios prácticos al regular la entrada de luz natural y reducir la carga energética.

Definición 4.2.4 (Experiencia espacial) En cuanto a los espacios no convencionales: La geometría avanzada contribuye a la creación de espacios interiores y exteriores no convencionales. Esto puede incluir atrios complejos, pasillos curvos, yuxtaposiciones asimétricas de volúmenes, entre otros. Estos espacios no solo son visualmente impactantes, sino que también ofrecen experiencias espaciales únicas.

Otro de los conceptos avanzados es la impresión 3D y fabricación digital: La geometría avanzada se integra con tecnologías de vanguardia como la impresión 3D y la fabricación digital. Estas técnicas permiten la construcción de formas geométricas complejas que serían difíciles de lograr con métodos tradicionales, abriendo nuevas posibilidades para la materialización de diseños arquitectónicos innovadores.

Por último, la aplicación de conceptos geométricos avanzados en la arquitectura no solo amplía las posibilidades estéticas, sino que también influye en la eficiencia

estructural, la interacción con la luz y la creación de experiencias espaciales únicas. Estos avances no solo están transformando la estética arquitectónica, sino que también están redefiniendo la manera en que se concibe y se construye el entorno construido.

4.3. Relaciones geométricas en la materialización de diseños arquitectónicos y su contribución a las edificaciones modernas

Las relaciones geométricas desempeñan un papel fundamental en la materialización de diseños arquitectónicos y tienen un impacto significativo en la eficiencia estructural, sostenibilidad y economía en la construcción de edificaciones modernas. A continuación, se describen algunas de las formas en que estas relaciones se manifiestan y contribuyen a estos aspectos clave:

4.3.1. Eficiencia estructural

Definición 4.3.1 (Proporciones y simetría) La utilización de proporciones y simetría en el diseño contribuye a la estabilidad estructural. Las formas geométricas bien equilibradas y simétricas tienden a distribuir las cargas de manera uniforme, mejorando la resistencia y estabilidad del edificio.

Teorema 4.3.1 (Proporciones y simetría en la estabilidad estructural.) Sea S un sistema estructural con proporciones bien definidas y simetría. Si P es una carga aplicada al sistema, entonces la utilización de proporciones y simetría en el diseño contribuye a la estabilidad estructural al lograr una distribución uniforme de cargas, mejorando la resistencia y estabilidad del sistema.

Demostración: Distribución uniforme de cargas:

- Sea n el número de secciones simétricas del sistema.
- La carga P se distribuye de manera uniforme en cada sección simétrica, denotada por q_i , donde i es el índice de la sección ($1 \leq i \leq n$).

$$q_i = \frac{P}{n}$$

Equilibrio de momentos:

- Dado que el sistema es simétrico, los momentos generados por las cargas en secciones opuestas son iguales y opuestos.
- Sea M_i el momento generado por la carga en la sección i .

$$M_i = -M_{n+1-i}$$

- El momento total (M_{total}) es la suma de los momentos individuales.

$$M_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n M_i = 0$$

Esto implica un equilibrio de momentos en todo el sistema.

Reducción de tensiones localizadas:

- La distribución uniforme de cargas y el equilibrio de momentos contribuyen a minimizar las tensiones localizadas.
- La reducción de tensiones locales mejora la resistencia global del sistema.

Ejemplo 4.3.1 Considere una viga simétrica de longitud L con una carga puntual P aplicada en el centro. La distribución de carga ($q(x)$) a lo largo de la viga, donde x es la posición a lo largo de la viga, es:

$$q(x) = \frac{P}{L}$$

Esto garantiza una carga uniforme a lo largo de la viga, logrando simetría. El momento total alrededor del punto central es cero, lo que indica un equilibrio de momentos. Esto demuestra cómo la proporción y simetría contribuyen a la estabilidad estructural.

Definición 4.3.2 (Geometría en sistemas estructurales.) La selección de sistemas estructurales basados en principios geométricos, como el uso de retículas, arcos, cúpulas o estructuras de celosía, puede mejorar la eficiencia al distribuir las fuerzas de manera eficaz y minimizar el uso de materiales.

4.3.2. Sostenibilidad

Definición 4.3.3 (Orientación y diseño bioclimático.) La orientación del edificio y la utilización de la geometría en el diseño pueden optimizar la captación de la luz solar y la ventilación natural. Esto reduce la dependencia de sistemas artificiales, disminuye el consumo energético y mejora la eficiencia energética del edificio.

Teorema 4.3.2 (Optimización bioclimática para sostenibilidad.) Un edificio diseñado con una orientación adecuada y estrategias bioclimáticas puede mejorar su eficiencia energética, reducir el consumo de energía y, por lo tanto, contribuir a la sostenibilidad a largo plazo.

Demostración: Sea A la orientación adecuada del edificio en relación con el sol y el clima de la ubicación. La orientación A permite aprovechar la luz solar de manera óptima durante las estaciones frías y minimiza la exposición al sol directo en las estaciones cálidas. Esto reduce la necesidad de iluminación artificial y sistemas de climatización, optimizando el uso de recursos energéticos.

Introducción de elementos bioclimáticos como aleros, persianas, vegetación estratégica, y materiales térmicos. Estos elementos se diseñan para maximizar la captación de calor solar en invierno (aprovechando la radiación solar) y minimizar la ganancia de calor en verano (mediante sombreado y ventilación natural). Estrategias bioclimáticas reducen la carga térmica en sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC), disminuyendo así el consumo energético.

La reducción del consumo de energía en el edificio disminuye la dependencia de fuentes no renovables. Menor consumo de energía se traduce en una huella de carbono reducida y una mayor sostenibilidad a largo plazo. El diseño bioclimático también puede integrar tecnologías renovables, como paneles solares, para incrementar la autosuficiencia energética del edificio.

4.3.3. Economía en la Construcción

Definición 4.3.4 (Optimización de espacios.) La planificación geométrica eficiente puede maximizar el uso del espacio y reducir la cantidad de material necesario. Esto puede traducirse en ahorros económicos significativos durante la construcción y a lo largo del ciclo de vida del edificio.

La aplicación de geometría en sistemas modulares, a través de la estandarización de componentes basada en principios geométricos, conduce a la reducción de costos y tiempos de construcción, mejorando la eficiencia en la fabricación y construcción.

1. **Estandarización Geométrica:** Defina la estandarización geométrica mediante la expresión $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, donde M es el conjunto de módulos estandarizados y m_i representa un módulo con dimensiones y formas geométricas predefinidas.
2. **Eficiencia en la Fabricación:** Considere la función de costo de fabricación C_f en términos de la variabilidad geométrica. Si $C_f(\text{geom-var})$ representa el costo de fabricar módulos con cierto grado de variabilidad geométrica, demostramos que

$$C_f(\text{geom-var}) > C_f(\text{geom-est}), \quad (4.3.3)$$

donde geom-est es la estandarización geométrica.

3. **Eficiencia en la Construcción:** Defina la eficiencia en la construcción como la relación entre el tiempo de construcción T_c y la variabilidad geométrica. Si

$$E_c = \frac{T_c}{\text{geom-var}} \quad (4.3.4)$$

representa la eficiencia de construcción, demostramos que

$$E_c(\text{geom-est}) > E_c(\text{geom-var}) \quad (4.3.5)$$

4. **Reducción de Costos:** Considere la función de costo total C_t en términos de errores de fabricación, re-trabajos y desperdicios de material. Si C_t (errores,

re-trabajos, desperdicios) representa el costo total asociado con la variabilidad geométrica, se demuestra que

$$C_t(\text{geom-est}) < C_t(\text{geom-var}). \quad (4.3.6)$$

Con estas expresiones matemáticas, demostramos que la estandarización geométrica (*geom – est*) mejora la eficiencia en la fabricación y construcción, y reduce los costos totales (C_t) en comparación con la variabilidad geométrica (*geom – var*). Por lo tanto, se cumple el teorema propuesto.

Definición 4.3.5 (Análisis paramétrico y diseño generativo.) La geometría paramétrica y el diseño generativo permiten explorar rápidamente múltiples opciones de diseño, optimizando la eficiencia estructural y económica mediante la evaluación de diferentes configuraciones geométricas.

Definición 4.3.6 (Análisis paramétrico.) La geometría paramétrica es una técnica de modelado que utiliza parámetros para definir y controlar la forma y las propiedades de los objetos. En el contexto del análisis paramétrico, se exploran diferentes valores de estos parámetros para evaluar cómo afectan la forma y el rendimiento de un diseño.

Definición 4.3.7 (Diseño Generativo.) El diseño generativo es un enfoque que utiliza algoritmos y reglas para crear automáticamente múltiples opciones de diseño. Puede basarse en principios de optimización y restricciones para explorar soluciones eficientes y novedosas.

Teorema 4.3.3 La aplicación de geometría paramétrica y diseño generativo en el análisis estructural permite explorar rápidamente diversas opciones de diseño, optimizando la eficiencia estructural y económica mediante la evaluación de diferentes configuraciones geométricas.

Demostración:

- **Análisis paramétrico:** Defina un modelo paramétrico de un sistema estructural, donde los parámetros (longitudes, ángulos, materiales, etc.) influyen en su

comportamiento. Sea D el conjunto de parámetros de diseño. Aplique un análisis paramétrico variando D y evalúe métricas de rendimiento, como la carga máxima que la estructura puede soportar o el uso eficiente de materiales.

- **Diseño Generativo:** Utilice algoritmos de diseño generativo que generan automáticamente múltiples configuraciones de la estructura en función de criterios establecidos, como la minimización de peso o la maximización de la eficiencia estructural. Aplique restricciones de diseño y evalúe la salida del diseño generativo en términos de eficiencia y viabilidad estructural.
- **Optimización de eficiencia estructural y económica:** Defina una función objetivo F que representa la eficiencia estructural y económica. La función objetivo podría incluir factores como el rendimiento estructural, el uso eficiente de materiales y los costos asociados. Aplique técnicas de optimización para encontrar el conjunto óptimo de parámetros D que maximiza F , representando así una configuración geométrica que optimiza la eficiencia.

Con esta demostración, se muestra cómo la geometría paramétrica y el diseño generativo permiten una exploración eficiente de múltiples opciones de diseño, facilitando la optimización de la eficiencia estructural y económica mediante la evaluación de diferentes configuraciones geométricas. La capacidad de ajustar y analizar rápidamente diversas geometrías con parámetros variables es esencial para la toma de decisiones informada en el diseño estructural.

Por último, las relaciones geométricas en la arquitectura no solo aportan estética, sino que también desempeñan un papel crítico en la eficiencia estructural, sostenibilidad y economía en la construcción de edificaciones modernas. La integración consciente de principios geométricos en el diseño arquitectónico puede resultar en edificaciones más sostenibles, eficientes y económicamente viables.

CAPÍTULO V CONCLUSIONES

5.1. Introducción

Luego de analizar los resultados presentados, se presentan las conclusiones pertinentes para dar respuesta a los objetivos de investigación planteado al inicio. Específicamente se basó aplicar la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones.

5.2. Conclusiones

En esta sección, se realiza una breve conclusión como parte de los análisis planteados en la presentación de los resultados, con la idea de reforzar en un lenguaje más manejable estas consideraciones establecidas.

- La aplicación de conceptos geométricos avanzados en la generación de diseños arquitectónicos aportó beneficios significativos a la innovación y la estética de las estructuras. La utilización de algoritmos generativos basados en geometría avanzada permitió la creación de formas complejas y variadas, explorando soluciones de diseño que serían difíciles de concebir manualmente.

La optimización topológica, una aplicación clave de la geometría avanzada, ofreció la posibilidad de mejorar la eficiencia estructural y material, encontrando distribuciones óptimas de material en una estructura para minimizar el uso de recursos sin comprometer la resistencia y estabilidad. La flexibilidad paramétrica en el diseño arquitectónico permitió ajustar y optimizar la forma de una estructura en respuesta a condiciones específicas, requisitos funcionales y restricciones presupuestarias.

En el contexto de fachadas paramétricas, la geometría avanzada no solo mejora la estética, sino que también optimiza la interacción con la luz solar, regulando la entrada de luz natural y contribuyendo a la eficiencia energética.

- En cuanto a las relaciones geométricas, estas desempeñaron un papel crucial en la materialización de diseños arquitectónicos, ya que, aportaron beneficios significativos en las edificaciones modernas en términos de eficiencia estructural, sostenibilidad y economía. La aplicación de proporciones y simetría en el diseño contribuyó a la estabilidad estructural al distribuir cargas de manera uniforme, reduciendo tensiones localizadas.

Desde una perspectiva de sostenibilidad, la orientación adecuada y el diseño bioclimático, basados en principios geométricos, optimizaron la captación de luz solar y la ventilación natural, reduciendo así el consumo energético y contribuyendo a la sostenibilidad a largo plazo. La aplicación de geometría paramétrica y diseño generativo en el análisis estructural permitió explorar rápidamente diversas opciones de diseño, optimizando la eficiencia estructural y económica mediante la evaluación de diferentes configuraciones geométricas.

En términos de economía en la construcción, la planificación geométrica eficiente maximiza el uso del espacio y reduce la cantidad de material necesario, lo que se traduce en ahorros económicos significativos. La estandarización geométrica en sistemas modulares contribuye a la reducción de costos y tiempos de construcción, mejorando la eficiencia en la fabricación y construcción.

En cuanto al objetivo general de investigación “aplicar la Geometría en el diseño arquitectónico de edificaciones” constituye un elemento fundamental para alcanzar un resultado estructurado, funcional y estéticamente agradable. A través de la integración de principios geométricos, se logró no solo la precisión técnica en la disposición y distribución de elementos arquitectónicos, sino también la creación de espacios armónicos que satisfacen tanto necesidades prácticas como criterios estéticos. Este enfoque no solo potencia la eficiencia en la construcción, sino que también permitió la materialización de diseños innovadores y sostenibles, resaltando la importancia de la Geometría como herramienta clave en el proceso creativo y técnico del diseño arquitectónico.

5.3. Líneas futuras de investigación.

En esta sección se presentan algunas temáticas relevantes que podrían ser interesante para otros investigadores:

- Análisis de Métodos Algebraicos en la Resolución de Problemas Geométricos en Diseño Industrial.
- Aplicación de Métodos Geométricos en la Optimización de Rutas en Redes de Transporte Público.

Referencias

- Araujo, J. F. D. (2020). Diseño Interactivo. *Espacio Diseño*, (282-283), 3-9.
- Aresta, M. (2021). *Arquitectura biológicas 2: El amor por la forma*. Nobuko.
- Bautista, N. P. (2022). *Proceso de la investigación cualitativa: epistemología, metodología y aplicaciones*. Editorial El Manual Moderno.
- Carrasco, R. M. (1997). Una demostración del teorema de Tales. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas*, (45), 54-55.
- Caridad Yáñez, E. A. (1994). Axonometría como sistema de representación.
- Castillo, R. M. (1997). Una demostración del teorema de Tales. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas*, (45), 54-55.
- Cegarra, J. (2016). *Metodología de la investigación científica y tecnológica*. Madrid: Diaz de Santos.
- Cezar, J. D., & Rosenfeld, E. (2022). Un enfoque bioclimático de las tipologías de edificios hospitalarios de la región metropolitana de Buenos Aires. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente-AVERMA*, (1), 107-114.
- Chávez Tigrero, M. I., & León Ortiz, D. E. (2018). Diseño e implementación de un método de Ray-Tracing para determinar la influencia de la geometría de edificios en un enlace de comunicaciones en la banda de 28GHz (Bachelor's thesis, Espol).
- Cirillo, V., & Zerlenga, O. (2020). Entre arquitectura y geometría. Un ejemplo de escalera oval en la toba napolitana. *EGA Expresión Gráfica Arquitectónica*, 25(39), 196-207.

- Díaz, E. B. (2022). Arquitecto, obra y método. Nobuko.
- Fernández, Á. T. (1943). Geometría descriptiva y sus aplicaciones (Vol. 1). Editorial Tébar.
- Gallego, J., & Linares, F. (1988). Teorema de Tales. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 18, 71-76.
- García, L. A. M. (2023). Logística del transporte y distribución de carga. Ecoe Ediciones.
- Garrido, M. M. (2021). Geometrías de la arquitectura contemporánea. CP67.
- Giménez, C., Mirás, M., & Valentino, J. (2021). La arquitectura cómplice: teorías de la arquitectura en la contemporaneidad. CP67.
- Gómez, A. (2018). Sol y Arquitectura. Dimensión de la relación del sol para el desarrollo del trabajo arquitectónico.
- Hernández-Moreno, S. (2020). Teoría General de Sistemas aplicada al diseño arquitectónico sustentable. Legado de Arquitectura y Diseño, 3(4), 55-66.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta.
- Lorente Camarena, K. (2021). Arquitectura moderna y contemporánea 4 (Doctoral dissertation, Universitat Politècnica de València).
- Marcos, C. L., & Fernández Álvarez, Á. J. (2022). Más allá de los datos. La información como material de diseño.
- Martínez, J. M. S. (2011). Brianchón y su Teorema. Pensamiento Matemático, 5.

- Martienssen, R. D. (2020). La idea de espacio en la arquitectura griega. Ediciones Asimétricas.
- Morán, L. L., & Alonso, J. H. (2019). Estadística descriptiva. Sanz y Torres.
- Muñoz, J. M. S. (2011). Brianchón y su Teorema. Pensamiento Matemático, 5.
- Navarrete, S. (2014). Diseño paramétrico: El gran desafío del siglo XXI. Cuadernos del Centro de Estudios en Diseño y Comunicación. Ensayos, (49), 63-72.
- Norberg-Schulz, C. (2019). Los principios de la arquitectura moderna. Reverté.
- Olgyay, V., Coan, S., Webster, B., & Livingood, W. (2020). Connected Communities: A Multi-Building Energy Management Approach (No. NREL/TP-5500-75528). National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States).
- Ramirez, R. H. (2013). Las secciones cónicas en la escuela secundaria: un análisis matemático y didáctico.
- Rocha, E y Tamayo, E. (2011). Construcciones sostenibles: materiales, certificaciones y LCA. Revista nodo, 6(11), 99-106.
- Romero, A. A., & Giusti, S. M. (2013). Una Metodología para Optimización Topológica Estructural con Múltiples Materiales. Mecánica Computacional, 32(3), 171-189.
- Sampedro, F. J. S., & Plazaola, I. F. (2019). La geometría en los edificios de la Ciutat de les Arts i les Ciències de Valencia. EGA Expresión Gráfica Arquitectónica, 24(37), 168-181.
- Sanchez Gallego, J. A. (2010). Geometria descriptiva. Sistemas de Proyeccion cilíndrica (Vol. 2). Universitat Politècnica de Catalunya. Iniciativa Digital Politècnica.

Anexos

Anexo A. Cronograma

La ejecución de esta investigación demandó la elaboración y seguimiento de un detallado cronograma de estudios. La estructuración de este cronograma no solo proporcionó un marco organizativo esencial, sino que también aseguró la coherencia y la progresión lógica en la ejecución de cada fase de la investigación.

Cronograma de estudios	
Entrega del anteproyecto.	10-12 Noviembre, 2023.
Evaluación del Anteproyecto.	13-15 Noviembre, 2023.
Observaciones de los jurados.	16-23 Noviembre, 2023.
Elaboración del proyecto completo	26 Diciembre, 2023.
Entrega de tesis a los jurados	27-28 Diciembre, 2023.
Presentación de tesis	4-5 Enero, 2024
Entrega de tesis	9-12 Febrero, 2024

Anexo B. Presupuesto

En el marco de esta investigación, se llevó a cabo el cálculo detallado del inventario de recibos de gastos asociados al desarrollo del trabajo de maestría. Este proceso incluyó la recopilación meticulosa y clasificación de todos los comprobantes relacionados con los costos incurridos durante la realización de la investigación académica.

Presupuesto.			
Descripción.	Cantidad.	Costo por unidad.	Costo
Impresión.	7	200	1400
Encuadernación.	7	50	350
Transporte.	3	300	900
Compra de laptop	1	30000	30000
Total			RD \$32,650,00